

# 数学の実践における実質推論と形式推論

伊藤 遼 (Ryo Ito)

早稲田大学

本発表では、19 世紀における微積分学の歴史を手がかりに、当時の数学者がその実践において行う推論は演繹的に妥当な推論に容易に還元されるものではないということを確認した上で、数学の実践における推論を扱う枠組みの一つとして、ロバート・ブランドムによる「推論主義」の立場があるということ、そして、そうした推論を十分に説明するためには、当の立場を「推論の形式」という観点から拡張する必要があるということ、この二つを示す。

今日のいわゆる数学の哲学においては、数の存在をめぐる従来の形而上学的な議論に対して、数学の実践、すなわち、数学に従事する者たちが実際に行うことに着目した議論が広く注目を集めている (e.g. Mancosu 2008, 稲岡 2014)。こうした議論が、従来の形而上学的な議論と両立し得るか否かをめぐっては、数学の実践を重視する論者のあいだでも意見が分かれる。とはいえ、数学の実践に着目することによってこれまで見落とされてきた諸問題に光が当てられるということに疑問の余地はない。

本発表では、これらの問題の一つとして、ジョディ・アズーニが指摘する問題、すなわち、数学において実際に行われる推論の正しさは、演繹的に妥当な推論の連鎖へと還元されることによって得られるものではないという問題を扱う (Azzouni 2008)。こうした「還元」概念をめぐる哲学的な困難はすでに指摘されている (e.g. Tanswell 2015)。とは言え、こうした還元それ自体が不要であることは、フレーゲによる高階述語論理の発明以前の数学のあり方を見れば、歴史的にも裏打ちされたものであると言える。例えば、オイラーによって証明された数多くの定理は、19 世紀前半のいわゆる「算術化」と 19 世紀後半の「論理主義」の試みを経ることで、言い換えれば、形式論理による証明の演繹的再構成を経ることで、数学者のあいだで再び「定理」という地位を獲得したというわけではない。

このようにみれば、数学において実際に行われる推論の正しさを説明するにあたって、ブランドムによる推論主義の立場を持ち出すことは自然であるように思われる。ブランドムの考えによれば、「実質推論」とは、言語実践においてその正しさが直接是認される個々の具体的な推論であり、形式的な推論ないし演繹的に妥当な推論とは、諸々の正しい実質推論から抽象されることで得られるものに過ぎない (Brandom 1994)。さらに、ブランドムは、論理定項とは、言語実践において暗黙のうちに是認されるさまざまな実質推論を明示的に「表現」するものであると考える。これらの考えは、19 世紀における微積分学の発展の歴史と合致するように思われる。それまで数学者たちの言語実践において暗黙のうちに是認されていたさまざまな実質推論は、算術化と論理主義の試みを通じて、演繹的に妥当な推論のみをもちいて「表現」されるようになったと考えられるからである。

とは言え、こうしたブランダムの推論主義のみによって、19世紀における微積分学の発展を十分に説明することはできない。算術化を進めるコーシーは、いわゆる「代数学の普遍性」、すなわち、代数学が普遍的に事物を扱う学問である以上、特定の種の数について成り立つ性質や演算は、他の種の数についても同様に成り立つという信念を批判する。言い換えれば、彼は、自らに先行する数学者たちは、オイラーも含めて、ある種の数に関する一定の形式を持つ推論（実質推論）から、別の種の数に関する同じ形式を持つ推論（実質推論）を正当化するという誤謬に陥っていると考えたのである。このことは、当時の数学者の言語実践において考えるならば、各々の実質推論は言語実践において直接是認されるというブランダムの考え、言い換えれば、形式的な推論はあくまでも諸々の実質推論から派生するものに過ぎないという彼の考えに対する反例に他ならない。

本発表では、すでに正しさが認められた実質推論の形式に訴えることで、同じ形式を有する他の実質推論を正当化するというこうした議論の方法に着目することで、推論主義の枠組み、とりわけ、論理定項の働きに対する説明を発展させることを試みる。さらに、時間が許す限りにおいて、このように推論主義の枠組みを発展させることで、ブランダムとは異なる仕方、いわゆる「客観性」の問題に解答を与えることができるということ、そしてまた、数学的推論が持つ「必然性」の感覚に一つの説明を与えることができるということ、この二つを説明する。

#### 文献

- Azzouni, Jody. (2008) “The Compulsion to Believe: Logical Inference and Normativity”, *ProtoSociology*, 25, 69–88.
- Brandom, Robert. (1994) *Making It Explicit*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Mancosu, Paolo (eds.) (2008) *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford: Oxford University Press.
- Tanswell, F. (2015). “A problem with the dependence of informal proofs on formal proofs”, *Philosophia Mathematica*, (III), 23(3), 295–310.
- 稲岡 大志 (2014) 「図形推論と数学の哲学—最近の研究から」、『科学哲学』, 47-1, 67–82.